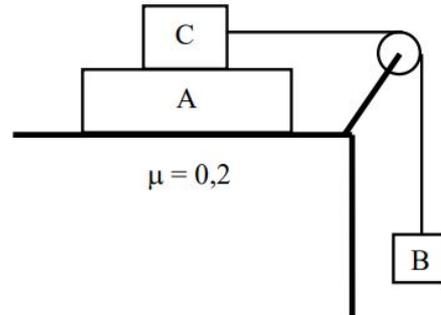
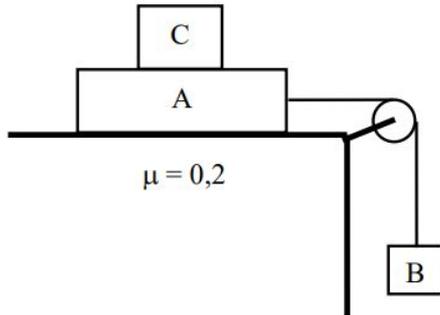


Dinámica - Ejercicio 15

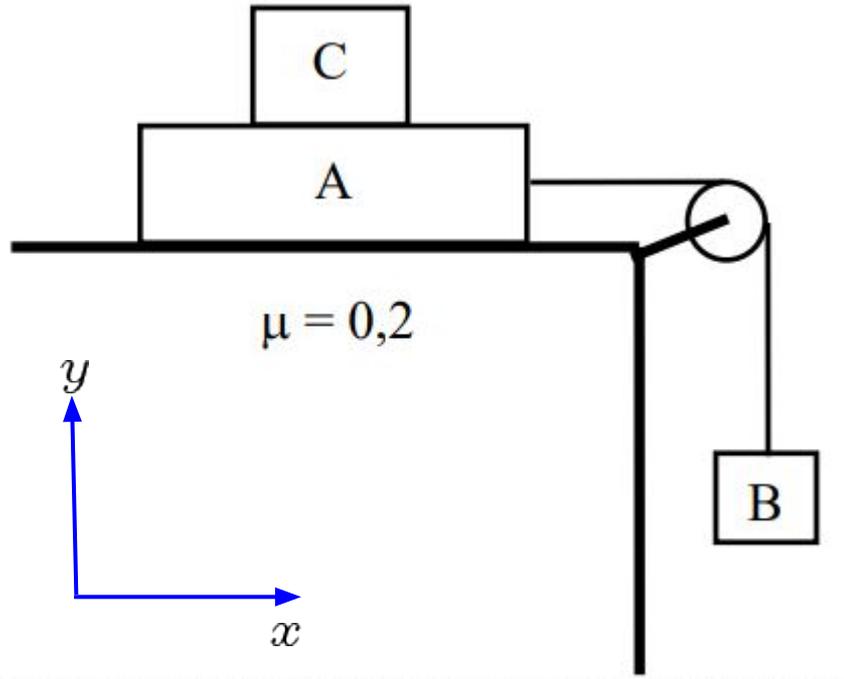
Frank Douglas Anze

Enunciado

15. Las masas de A y B en la figura (i) y (ii) son 10 kg y 5 kg, respectivamente. El coeficiente de fricción de A con la mesa es de 0.20. (a) Hallar la masa mínima de C que evitará que A se mueva. (b) Calcular la aceleración del sistema si se retira C con $\mu_d = 0,1$. (c) Hallar la velocidad relativa de A respecto de B después de 0.5 s de retirado el cuerpo C. (d) ¿Qué coeficiente de rozamiento es necesario entre el cuerpo A y C para que los cuerpos de la situación (a) permanezcan en equilibrio si la soga está sujeta a C en vez de a A? ¿Qué pasaría si existiese el mismo coeficiente de roce que entre A y la mesa?

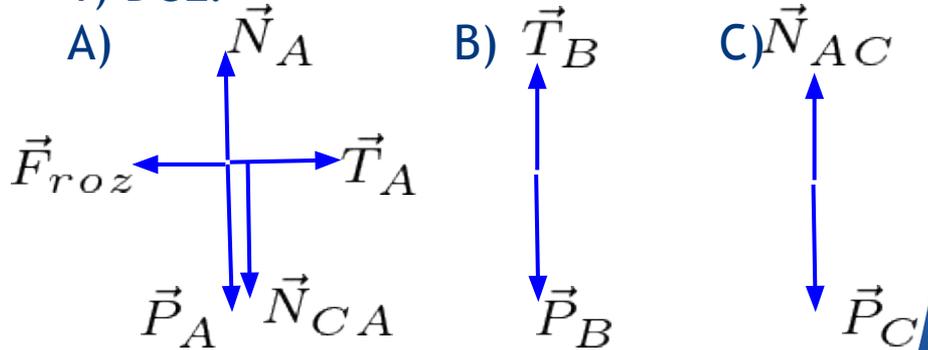


Resolución - Ítem a)



Datos: $m_A = 10 \text{ kg}$; $m_B = 5 \text{ kg}$; $m_{C,\min} = ?$

1) DCL:



Sist. de ref inercial fijo a tierra y sist. de coordenadas XY

Resolución - Ítem a)

¿Relación entre T_A y T_B ? ¿Por qué?

$$T_A = T_B = T$$

Las tensiones sobre A y B son iguales en módulo por soga y polea ideales.

Resolución - Ítem a)

2) Aplicamos la 2da ley de Newton:

$$A) \quad T - F_{roz} = m \cdot a_{Ax} = 0$$

$$N_A - P_A - N_{CA} = m \cdot a_{Ay} = 0$$

$$B) \quad T - P_B = 0$$

$$C) \quad N_{AC} - P_C = 0$$

Resolución - Ítem a)

Nos concentramos ahora en la condición que nos pide el ejercicio, es decir que A no se mueva. Esta condición está dada por la ecuación:

$$T - F_{roz} = 0$$

Despejando T de la ecuación de Newton para la masa B, se obtiene:

$$T = m_B \cdot g$$

Y reemplazando T arriba queda:

$$m_B \cdot g - F_{roz} = 0$$

$$m_B \cdot g = F_{roz}$$

Repaso - Fuerzas de rozamiento

Estática:

$$F_{roz\ est} \leq \mu_e \cdot N$$

$$F_{roz\ est\ MAX} = \mu_e \cdot N$$

Dinámica:

$$F_{roz\ din} = \mu_d \cdot N$$

Resolución - Ítem a)

$$m_B \cdot g = F_{roz} \leq \mu \cdot N_A$$

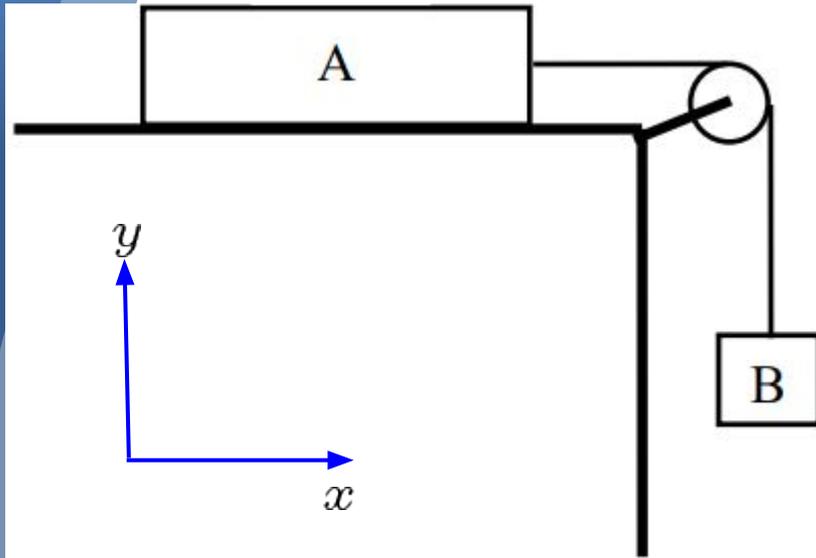
$$m_B \cdot g \leq \mu \cdot g(m_C + m_A)$$

$$m_B \cdot g \leq \mu \cdot g \cdot m_C + \mu \cdot g \cdot m_A$$

$$\frac{m_B - \mu \cdot m_A}{\mu} \leq m_C$$

$$m_C \geq \frac{m_B - \mu \cdot m_A}{\mu} = 5kg$$

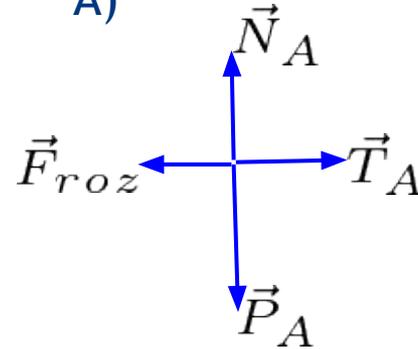
Resolución - Ítem b)



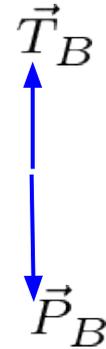
Datos: $\mu_d=0.1$; aceleración?

1) DCL:

A)



B)



Sist. de ref inercial fijo a tierra y sist. de coordenadas XY

Resolución - Ítem b)

Planteamos las ecuaciones de Newton:

A)

$$T - F_{rozd} = m_A \cdot a_{Ax}$$

$$N_A - P_A = 0$$

B)

$$T - P_B = m_B \cdot a_{By}$$

¿Relación entre a_{Ax} y a_{By} ?

Resolución - Ítem b) - Vínculos

¿Cómo hallamos la relación entre a_{Ax} y a_{By} ?

Escribimos la longitud de la soga:

$$L = (x_p - x_A) + (y_p - y_B)$$

Derivamos 2 veces miembro a miembro, sabiendo que la soga es inextensible:

$$0 = (0 - a_{Ax}) + (0 - a_{By})$$

$$a_{Ax} = -a_{By}$$

Resolución - Ítem b)

Usamos esta relación de aceleraciones en las ecuaciones de Newton de A y B:

$$T - F_{roz\ d} = m \cdot (-a_{By}) \quad T - P_B = m \cdot a_{By}$$

Por otro lado la fuerza de rozamiento es igual a:

$$F_{roz\ d} = \mu \cdot N_A = \mu \cdot m_A \cdot g$$

Usando esta expresión en la ecuación de Newton para A, y finalmente nos queda:

$$\begin{cases} T - \mu \cdot m_A \cdot g = -m_A \cdot a_{By}, \\ T - m_B \cdot g = m_B \cdot a_{By} \end{cases} \quad \begin{array}{l} 2 \text{ ecuaciones con} \\ 2 \text{ incógnitas} \end{array}$$

Resolución - Ítem b)

Finalmente despejamos a_{By} usando cualquier método de resolución de ecuaciones. Por ejemplo podemos restar las ecuaciones para eliminar a la T:

$$-\mu \cdot m_A \cdot g + m_B \cdot g = -m_A \cdot a_{By} - m_B \cdot a_{By}$$

$$(m_B - \mu \cdot m_A) \cdot g = -(m_A + m_B) \cdot a_{By}$$

$$\frac{(m_B - \mu \cdot m_A) \cdot g}{-(m_A + m_B)} = a_{By} = -2.61m/s^2$$

$$\vec{a}_B = -2.61m/s^2 \checkmark j$$

$$\vec{a}_A = -2.61m/s^2 \checkmark i$$

Resolución

- Los ítems c) y d) los dejo para que lo puedan resolver por su cuenta.
- Propongo que resuelvan a) y b) usando otro sistema de coordenadas (por ejemplo con el eje 'y' positivo hacia abajo).
- Les recuerdo que las respuestas a los ejercicios las pueden encontrar en: https://docs.google.com/document/d/10T8sKZRLJNC1H88y2BKCtYUXNPL_5Q07EHrX5Tb4iig/

Muchas gracias